III.2 Intersection

Soient d_1 la droite d'équation $y = 7x + 2$ et d_2 la droite d'équation $y = 3 - x$. Ces deux droites ne sont pas parallèles car le coefficient directeur de d_1 vaut 7 et est donc différent du coefficient directeur de d_2 qui vaut -1. Ces deux droites sont donc sécante en un unique point. Appelons $M(x_M; y_M)$ ce point d'intersection. Le point M appartient donc ET à d_1 ET à d_2. Puisque M est sur d_1 on a

$$y_M = 7x_M + 2.$$

De même M appartient à d_2, donc

$$y_M = 3 - x_M.$$

Les coordonnées du point M vérifient donc le **système d'équations** suivant

$$\begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ y_M &= 3 - x_M. \end{cases}$$

On résout ce système de la façon suivante :

$$\begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ y_M &= 3 - x_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ 7x_M + 2 &= 3 - x_M \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ 7x_M + x_M &= 3 - 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ 8x_M &= 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_M &= 7x_M + 2 \\ x_M &= \frac{1}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y_M &= 7 \times \frac{1}{8} + 2 = \frac{7}{8} + \frac{16}{8} = \frac{23}{8} \\ x_M &= \frac{1}{8} \end{cases}$$

Le point d'intersection est donc $M\left(\frac{1}{8}; \frac{23}{8}\right)$.

Exemple 7. On reprend l'exemple 1

1. Vérifier que les droites d_2 et d_3 sont sécantes et déterminer leur point d'intersection.
2. Vérifier que les droites d_3 et d_4 sont sécantes et déterminer leur point d'intersection.